第 3 講　実数

PART1　実数

要点 ①　有理数

整数 { の整数(自然数)　1，2，3，……
の整数　-1，-2，-3，……

「　　　　」… 2 つの整数 m，n を用いて分数　の形で表される数(ただし $n \neq 0$)

例　有理数の例　$\frac{3}{4}$，　2　，　$-\frac{1}{3}$　，　0.4

※それ以上約分できない分数を「　　　　」という。

「　　　　」… 小数第何位かまでで表される小数　$\frac{3}{4}=0.75$

「　　　　」… 小数部分が無限に続く小数

$\frac{1}{3}=0.333\cdots\cdots$，　$\frac{4}{37}=0.108108\cdots\cdots$，　$\pi=3.1415\cdots\cdots$

無限小数のうち，ある位以下から同じ数字の並びが繰り返される小数を「　　　　」という。循環小数は，循環する部分を次のように書き表すことができる。

$0.333\cdots\cdots=0.\dot{3}$，　$0.108108\cdots\cdots=0.\dot{1}0\dot{8}$

一般に次のことが知られている。

有理数は，整数，有限小数，循環小数のいずれかである。
逆に，整数，有限小数，循環小数は必ず分数で表され，有理数である。

例　循環小数 $0.\dot{5}1\dot{8}$ を分数で表す。

$x=0.\dot{5}1\dot{8}$ とおく。循環している部分が　桁なので，

10　$x=$　　x を考え，x との差をとると

$=$

$x=$　$0.518518\cdots\cdots$

$999x=518$　　$x=\frac{518}{999}=\frac{14}{27}$

要点② 実数と無理数

「　　　　」… 整数，および有限小数または無限小数で表される数

有理数は，整数，有限小数，循環小数(循環する無限小数)のいずれかである。

「　　　　　　」… 実数のうち，有理数でないもの，すなわち分数で表すことができない数

無理数は，循環しない無限小数である。

例 無理数の例　$\pi=3.141592\cdots\cdots$,　　　　$=1.41421356\cdots\cdots$

- 実数
  - 有理数
    - 整数(自然数，0，負の整数)
    - 有限小数
    - 循環小数 ⎫
  - 無理数(循環しない無限小数) ⎭ 無限小数

2つの自然数 a, b について

和 $a+b$，積 ab は自然数であるが，差 $a-b$，商 $\dfrac{a}{b}$ は自然数になるとは限らない。

2つの整数 a, b について

和 $a+b$，差 $a-b$，積 ab は整数であるが，商 $\dfrac{a}{b}$ は整数になるとは限らない。

2つの有理数 a, b について

和 $a+b$，差 $a-b$，積 ab，商 $\dfrac{a}{b}$ (ただし $b\neq 0$)は常に有理数である。

2つの実数 a, b について

和 $a+b$，差 $a-b$，積 ab，商 $\dfrac{a}{b}$ (ただし $b\neq 0$)は常に実数である。

※商において，0で割ることは考えない。

1 (1) 次の分数を循環小数の表し方で書け。

(i) $\frac{2}{3}$　　(ii) $-\frac{7}{33}$

(2) 次の循環小数を分数で表せ。

(i) $0.\dot{2}$　　(ii) $0.\dot{3}4\dot{2}$

Point Pickup

分数を循環小数で表す

(分子)÷(分母)を実際に計算し，循環する部分の最初と最後の数字の上に・をつけて表す。

循環小数を分数で表す

① 循環小数を x とおく。

② 循環している部分が□桁 $\Longrightarrow$ $10^{\square}x$ を考える。

③ $10^{\square}x-x$ を計算し，x を求める。

第 3 講　PART1 確認問題

1　$\frac{5}{6}$ を循環小数で表すと，$\boxed{\text{ア}}$ となる。

$\boxed{\text{ア}}$ は，次の①～④のうちから選べ。

①　$0.\dot{8}$　　②　$0.8\dot{3}$

③　$0.\dot{8}\dot{3}$　　④　$0.\dot{8}3\dot{3}$

2　$\frac{4}{11}$ を循環小数で表すと，$\boxed{\text{イ}}$ となる。

$\boxed{\text{イ}}$ は，次の①～④のうちから選べ。

①　$0.\dot{3}$　　②　$0.3\dot{6}$

③　$0.\dot{3}\dot{6}$　　④　$0.\dot{3}6\dot{6}$

3　循環小数 $0.\dot{5}$ を分数で表すと，$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

4　循環小数 $0.\dot{1}3\dot{5}$ を分数で表すと，$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

第 3 講　実数

PART1 実数

1 (1)　次の分数を循環小数の表し方で書け。

(i)　$\dfrac{2}{3}$　　(ii)　$-\dfrac{7}{33}$

(2)　次の循環小数を分数で表せ。

(i)　$0.\dot{2}$　　(ii)　$0.\dot{3}4\dot{2}$

[解答]

(1)(i)　2÷3 を計算して $\dfrac{2}{3}=0.666\cdots\cdots=0.\dot{6}$

(ii)　7÷33 を計算して $-\dfrac{7}{33}=-0.2121\cdots\cdots=-0.\dot{2}\dot{1}$

(2)(i)　$x=0.\dot{2}$ とおくと，右の計算より

$$\begin{array}{rr} & 10x=2.222\cdots\cdots \\ -) & x=0.222\cdots\cdots \\ \hline & 9x=2 \end{array}$$

$9x=2$

$x=\dfrac{2}{9}$

(ii)　$x=0.\dot{3}4\dot{2}$ とおくと，右の計算より

$$\begin{array}{rr} & 1000x=342.342342\cdots\cdots \\ -) & x=0.342342\cdots\cdots \\ \hline & 999x=342 \end{array}$$

$999x=342$

$x=\dfrac{342}{999}=\dfrac{38}{111}$

第 3 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

[解説]

$$\frac{5}{6}=0.83333\cdots$$
$$=\mathbf{0.8\dot{3}}$$ [A]

[A]　循環する部分の最初の数字の上に・をつける。

2

[正解] イ：③

[解説]

$$\frac{4}{11}=0.363636\cdots$$
$$=\mathbf{0.\dot{3}\dot{6}}$$ [B]

[B]　「36」がくり返される。

3

[正解] ウ：5，エ：9

[解説]

$x=0.\dot{5}$ とおく。

$$\begin{array}{rl} 10x &= 5.5555\cdots \\ -)\quad x &= 0.5555\cdots \\ \hline 9x &= 5 \\ x &= \mathbf{\frac{5}{9}} \end{array}$$ [C]

[C]　循環小数を x とおき，循環している部分が 1 桁の場合，$10x$ で考える。

4

[正解] オ：5，カキ：37

[解説]

$x=0.\dot{1}3\dot{5}$ とおく。

$$\begin{array}{rl} 1000x &= 135.135135135\cdots \\ -)\quad x &= 0.135135135\cdots \\ \hline 999x &= 135 \\ x &= \frac{135}{999}=\mathbf{\frac{5}{37}} \end{array}$$ [D]

[D]　循環小数を x とおき，循環している部分が 3 桁の場合，$10^3x=1000x$ で考える。